

Vorkurs 7.9.2023

Die Größe des Baums beträgt nach 8 Jahren 2 m.

Danach wächst er nicht mehr.

$$\cancel{f(x \geq 8) = 2}$$

Richtig:  $f(x) = 2$  für  $x \geq 8$

### 3. Lineare Gleichungen und Ungleichungen

#### 3.1 Lineare Gleichungen

$$\left. \begin{array}{l} 5x^2 + 2x + \frac{1}{x} = 17 \\ 5x + 2x + \frac{1}{x} = 17 \end{array} \right\} \text{keine lineare Gleichung}$$
$$5x + 2x + x = 17 \quad \left. \right\} \text{lineare Gleichung}$$

Wenn  $x$  nur in Potenzen mit Exponent 1 auftritt, liegt eine lineare Gleichung vor.

1. Fall:

$$2x + 5 = 8x + 12 \quad | -8x - 5$$

$$-6x = 7$$

$$x = -\frac{7}{6}$$

eine Lösung

$$\mathbb{L} = \left\{ -\frac{7}{6} \right\} = \left\{ x \in \mathbb{R} \mid x = -\frac{7}{6} \right\}$$

Probe machen!

2. Fall:

$$2x + 7 = 2x - 6 \quad | -2x - 7$$

$$0 = -13$$

keine Lösung

$$\mathbb{L} = \{ \} = \emptyset$$

3. Fall:

$$2x + 4 = 5x + 3 - 3x + 1$$

$$2x + 4 = 2x + 4$$

$$4 = 4$$

$$0 = 0$$

$$\mathbb{L} = \mathbb{R}$$

unendlich viele Lösungen

(für unendlich große Grundmenge von  $x$ )

Gleichung ist allgemeingültig

Zu Fall 1:

Grundmenge von  $x$ :  $\mathbb{N} = \{ 1, 2, 3, \dots \}$

$$x = -\frac{7}{6}$$

$$\mathbb{L} = \{ \}$$

## Zwei lineare Gleichungen mit zwei Unbekannten

Anwendung: 6 Fl. O-Soft und 6 Fl. A-Soft 10€  
4 Fl. O-Soft und 8 Fl. A-Soft 12€

x y

$$\begin{array}{r} 6x + 6y = 10 \quad | :2 \\ 4x + 8y = 12 \quad | :4 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{I} \quad 3x + 3y = 5 \\ \text{II} \quad x + 2y = 3 \end{array}$$

II nach x auflösen:  $x = 3 - 2y$

Term in I einsetzen:  $3(3 - 2y) + 3y = 5$

$$9 - 6y + 3y = 5$$

$$-3y = -4$$

$$y = \frac{4}{3}$$

y in Gleichung für x einsetzen:  $x = 3 - 2 \cdot \frac{4}{3}$

$$x = \frac{1}{3}$$

$$L = \left\{ \left( \frac{1}{3}, \frac{4}{3} \right) \right\} = \left\{ x, y \in \mathbb{R} \mid x = \frac{1}{3}, y = \frac{4}{3} \right\}$$

Probe!

Lösungen in beide Ausgangsgleichungen einsetzen

# 1. Lösungsmethode

$$\text{I} \quad -4x + 6y = -3$$

$$\text{II} \quad x = -2y + 6$$

Lösungsmethode: Der Term für  $x$  aus II wird in I eingesetzt

$$\Rightarrow -4(-2y + 6) + 6y = -3$$

$$8y - 24 + 6y = -3$$

$$14y = 21$$

$$y = \frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow x = -2 \cdot \frac{3}{2} + 6$$
$$x = 3$$

eine Lösung

Probe:  $-4 \cdot 3 + 6 \cdot \frac{3}{2} = -3$

$$-12 + 9 = -3$$

$$-3 = -3 \quad \checkmark$$

$$3 = -2 \cdot \frac{3}{2} + 6$$

$$3 = -3 + 6$$

$$3 = 3 \quad \checkmark$$

## 2. Lösungsmethode

$$\text{I} \quad 2y = -4 + 3x$$

$$\text{II} \quad 2y = 2 + 3x$$

Lösungsmethode: rechte Seiten gleichsetzen

$$-4 + 3x = 2 + 3x \quad | -3x$$

$$-4 = 2$$

$$\perp = \{ \}$$

keine Lösung

3. Lösungsmethode:

$$\text{I} \quad 4x + 2y = 3$$

$$\text{II} \quad -28x - 14y = -21 \quad | :7$$

Lösungsmethode: Geeignet mit Zahlen multiplizieren und dann Gleichungen addieren, um eine Unbekannte zu eliminieren

$$\text{I}' \quad 4x + 2y = 3$$

$$\text{II}' \quad -4x - 2y = -3$$

$$\text{I}' + \text{II}' \quad 0 = 0$$

unendlich viele Lösungen für  $x$  und  $y$ ,  
wobei  $x$  und  $y$  die Gleichung  $4x + 2y = 3$  erfüllen müssen.

$$\underline{\text{L}} = \left\{ x, y \in \mathbb{R} \mid 4x + 2y = 3 \right\}$$

$$= \left\{ x, y \in \mathbb{R} \mid y = -2x + \frac{3}{2} \right\}$$



## Beispiele:

- 1) Die Staaten Krisenien und Minusien haben Schulden.  
Übernimmt Krisenien von Minusien 5 Milliarden, so hat Krisenien doppelt so viel Schulden wie Minusien.  
Gibt Krisenien 3 Milliarden an Minusien ab, so haben beide gleich viele Schulden.

Wie viele Schulden hat jedes der beiden Länder?  $k$   $m$

$$k + 5 = 2(m - 5)$$

$$k - 3 = m + 3$$

$$k + 5 = 2m - 10$$

$$k - 3 = m + 3$$

$$\text{I} \quad k - 2m = -15$$

$$\text{II} \quad k - m = 6$$

$$\text{I} - \text{II} \quad -m = -21$$

$$m = 21$$

$\Rightarrow$

$$k - 21 = 6$$

$$k = 27$$

2) Die Quersumme einer zweistelligen Zahl ist 10.

Vertauscht man die beiden Ziffern, erhält man eine um 54 größere Zahl.

$$x + y = 10$$

$$10x + y = 10y + x - 54$$

$\begin{array}{c} x \ y \\ \hline \text{Ziffern} \end{array}$

$$\text{I} \quad x + y = 10$$

$$\text{II} \quad 9x - 9y = -54 \quad | : 9$$

$$\text{I}' \quad x + y = 10$$

$$\text{II}' \quad x - y = -6$$

$$\text{I}' + \text{II}' \quad 2x = 4$$

$$x = 2$$

Einsetzen:  $y = 8$

Zahl: 28

### 3.1.3 Grafische Darstellung

i) Eine lineare Gleichung

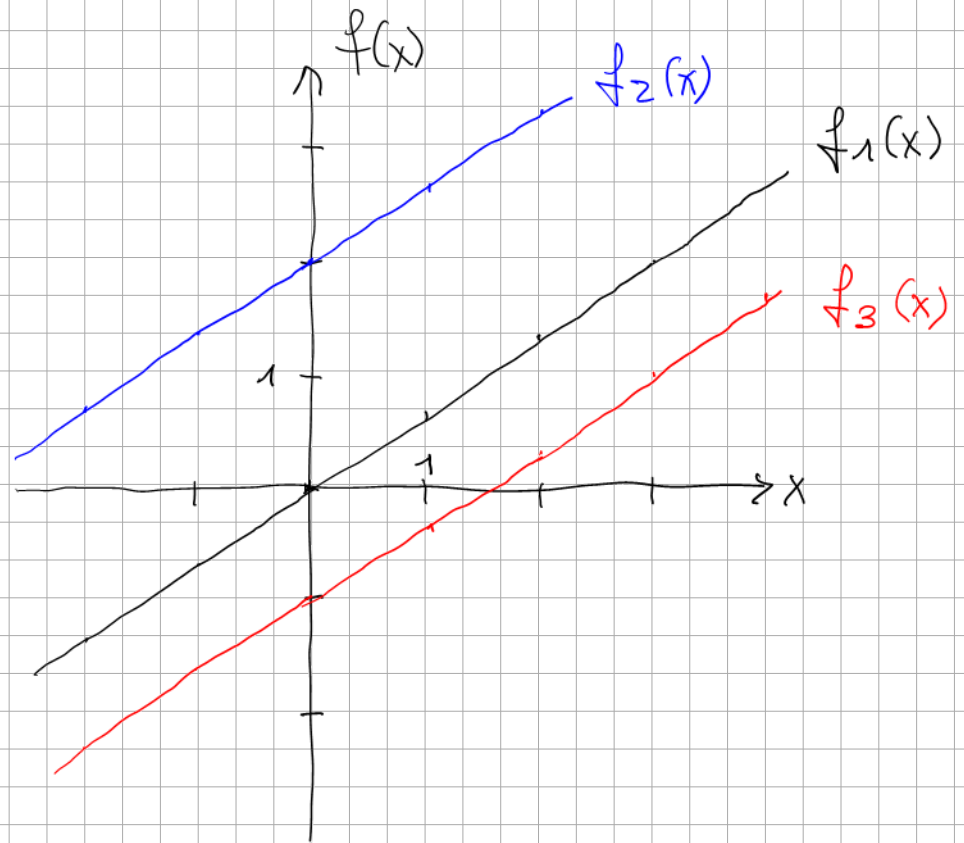
Gleichung  $2x - 3y = 0$

$$\Leftrightarrow y = \frac{2}{3}x$$

$$f_1(x) = \frac{2}{3}x$$

$$f_2(x) = \frac{2}{3}x + 2$$

$$f_3(x) = \frac{2}{3}x - 1$$



$$f_1(x) = \frac{2}{3}x$$

$$f_4(x) = 2x$$

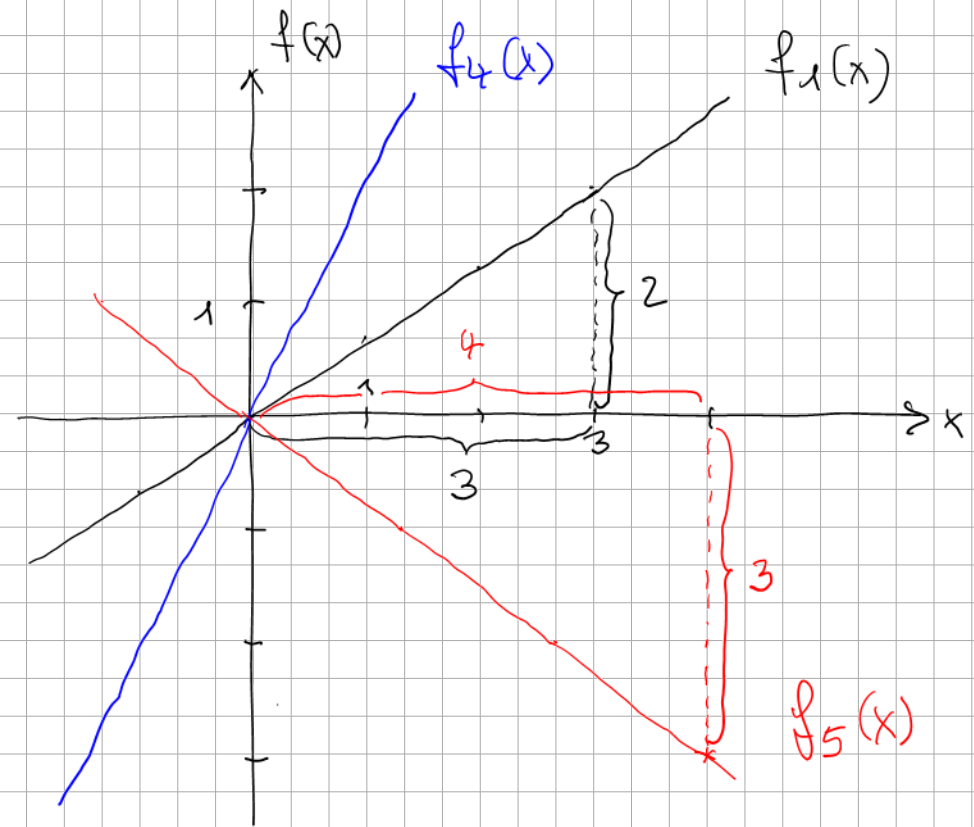
$$f_5(x) = -\frac{3}{4}x$$

Steigung ist positiv.

⇒ Es ist eine steigende Gerade.

Steigung ist negativ.

⇒ Es ist eine fallende Gerade.



# Lineare Funktion

$$f(x) = mx + b$$

mit  $m$  : Steigung

$b$  : Ordinatenabschnitt

## Aufgaben

Skript Nr. 39a

Zusatzdokument Kap. 3 3.1.1, 3.1.2 Nr. 1-5, 8

3.1.3 Nr. 1+2